

# KETERHUBUNGAN GRAF TOTAL $T(G)$

Oleh  
Nur Hidayati

## ABSTRAK

Sebuah graf  $G$  disebut terhubung jika untuk setiap dua simpul  $u$  dan  $v$  di  $G$  terdapat lintasan yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Keterhubungan suatu graf dibagi menjadi 2, yaitu *keterhubungan simpul* (yang sering disebut keterhubungan saja) dan *keterhubungan rusuk*. Jika  $G$  adalah graf terhubung, lintasan- $st$  merupakan lintasan di antara  $s$  dan  $t$  di  $G$ . Dua atau lebih lintasan- $st$  dikatakan *disjoint-rusuk* jika lintasan-lintasan itu tidak memiliki rusuk yang sama, dan *disjoint-simpul* jika lintasan-lintasan itu tidak memiliki simpul yang sama (selain  $s$  dan  $t$ ). Graf garis atau graf rusuk dari graf  $G$ , yang dinotasikan dengan  $L(G)$  adalah suatu graf yang simpul-simpulnya mempunyai korespondensi satu-satu dengan rusuk-rusuk di  $G$ . Dua simpul di  $L(G)$  berikatan jika dan hanya jika rusuk-rusuk yang bersesuaian di  $G$  hadir pada simpul yang sama. Dengan kata lain simpul-simpul di  $L(G)$  adalah rusuk-rusuk  $G$ . Graf total yang dinotasikan dengan  $T(G)$  adalah suatu graf yang himpunan simpulnya  $V(G) \cup E(G)$ ,  $x$  dan  $y$  berikatan jika dan hanya jika  $x$  dan  $y$  berikatan di  $G$  atau  $L(G)$ . Berdasarkan definisi, diketahui bahwa graf total  $T(G)$  terdiri atas graf  $G$  dan graf rusuk  $L(G)$  sebagai *subgraf*. Penelitian ini bertujuan untuk (1) menentukan mana yang mempunyai keterhubungan lebih besar antara keterhubungan simpul  $\kappa(G)$  dan keterhubungan rusuk  $\lambda(G)$  pada graf  $G$ , (2) menentukan karakteristik graf terhubung- $n$ , (3) menentukan keterkaitan antara keterhubungan simpul  $\kappa(G)$  dengan keterhubungan simpul graf total  $T(G)$  yaitu  $\kappa(T(G))$  dan keterhubungan rusuk  $\lambda(G)$  dengan keterhubungan rusuk  $T(G)$  yaitu  $\lambda(T(G))$ .

Jika  $G$  suatu graf sederhana dan terhubung- $n$ , maka dapat dicari keterhubungan simpul  $\kappa(G)$  dan keterhubungan rusuk  $\lambda(G)$  dengan menggunakan himpunan potong simpul atau himpunan potong rusuk, sehingga dapat ditentukan juga karakteristik graf terhubung- $n$ . Penggabungan simpul-simpul  $G$  dan rusuk-rusuk  $L(G)$  atau simpul-simpul  $L(G)$  dan rusuk-rusuk  $G$  mengakibatkan  $G$  dan  $L(G)$  berikatan, sehingga definisi graf total  $T(G)$  terpenuhi. Selanjutnya dapat ditentukan keterhubungan simpul graf total  $T(G)$ , yaitu  $\kappa(T(G))$  dan keterhubungan rusuk graf total  $T(G)$ , yaitu  $\lambda(T(G))$ .

Hasil penulisan ini menunjukkan bahwa (1) keterhubungan simpul  $\kappa(G)$  kurang atau sama dengan keterhubungan rusuk  $\lambda(G)$ . (2) graf nontrivial  $G$  adalah terhubung jika dan hanya jika untuk setiap pasang simpul  $s$  dan  $t$  yang berbeda terdapat paling sedikit  $n$  lintasan yang *disjoint* di  $G$ . (3) jika  $G$  terhubung- $n$  maka graf total  $T(G)$  terhubung- $2n$  dan jika  $G$  terhubung rusuk- $n$  maka graf total  $T(G)$  terhubung rusuk- $2n$ .